



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

Exame de seleção de Mestrado

Data-27/07/2015

Banca Examinadora: Gregório Pacelli Bessa, Alexandre Fernandes-

TOTAL DE QUESTÕES: 7

1. Seja $I \subset \mathbb{R}$ Um intervalo aberto. Mostre que I existe um bijeção contínua, com inversa contínua (homeomorfismo) de I para \mathbb{R} .

2. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função diferenciável. Suponha que exista uma constante $0 < c < 1$ tal que $|f'(x)| \leq c$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Mostre que existe um único $p \in \mathbb{R}$ tal que $f(p) = p$.

3. Enuncie e demonstre o Teste da Razão para convergência de séries numéricas.

4. Seja $g \geq 0$ uma função integrável em $[a, b]$. Mostre que: se $\int_a^b g(x)dx = 0$, então $\int_a^b g(x)f(x)dx = 0$ para toda função f integrável em $[a, b]$.

5. Seja $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ um função com derivada integrável. Seja m a média aritmética entre a e b . Mostre que

$$f(a) + f(b) = \frac{2}{b-a} \int_a^b [f(x) + (x-m)f'(x)] dx.$$

6. Sejam $A, B \subset \mathbb{R}$. Denote $A + B = \{a + b : a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}\}$. Mostre que: se A é compacto e B é fechado, então $A + B$ é fechado.

7. Seja $p(x)$ um polinômio cujas n raízes são reais e distintas. Mostre que todas as raízes de $p'(x)$ são reais e distintas.